2.4 lineární rovnice s neznámou v absolutní hodnotě

- Jde o lineární rovnice, ve kterých se neznámá vyskytuje v absolutní hodnotě
- Např. *2x – Ix+6I = 8*
- Při řešení tohoto typu rovnic vycházíme z definice absolutní hodnoty
- Metoda, kterou využíváme, při řešení tohoto typu lineárních rovnice se nazývá metoda intervalů

Absolutní hodnota výrazu V(x)

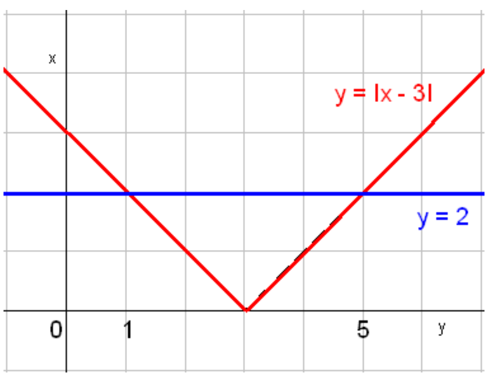
- Absolutní hodnota kladného výrazu je kladný výraz: $V(x) \geq 0$, pak $|V(x)| = V(x)$
- Absolutní hodnota záporného výrazu je záporný výraz: $V(x) < 0$, pak $|V(x)| = -V(x)$

Postup řešení

1. Určíme nulové body tak, že výrazy v absolutních hodnotách, které se v rovnici vyskytují, položíme rovny nule (je-li v rovnici jedna absolutní hodnota obsahující neznámou, určíme jeden nulový bod, jsou-li v rovnici dvě absolutní hodnoty obsahující neznámou, určíme dva nulové body,…)
2. Pomocí nulových bodů získáme intervaly (nulové body rozdělí číselnou osu na jednotlivé intervaly, je-li v rovnici jedna absolutní hodnota, získáme dva intervaly, jsou-li v rovnici dvě absolutní hodnoty, získáme tři intervaly,…)
   <u>Pozn.</u> Jednotlivé intervaly budou vždy zleva uzavřené
3. Sestavíme tabulku, ze které snadno zjistíme, ve kterém intervalu jsou pro jednotlivé výrazy v absolutních hodnotách kladná a záporná znaménka (zjistíme tak, že dosadíme libovolné číslo z tohoto intervalu za *x* a sledujeme znaménka výrazů v absolutních hodnotách)
   <u>Pozn.:</u>pro určení znaménka výrazu v absolutní hodnotě nesmíme dosazovat krajní body intervalu (nulové body)
4. Provedeme dílčí řešení pro každý interval, v němž nahradíme absolutní hodnotu normální závorkou s ohledem na znaménka výrazů v absolutních hodnotách pro daný interval
5. Konečnou množinu kořenů získáme sjednocením dílčích výsledků (musíme si dávat pozor na to, zda výsledek pro jednotlivý interval patří do tohoto intervalu, jestliže nepatří, je pro tento interval kořenem prázdná množina Ø)

Grafické řešení

Ix – 3I = 2



- Graficky znázorníme zvlášť lineární funkci s absolutní hodnotou *y = Ix – 3I*, zvlášť lineární funkci *y = 2*
- množinou kořenů jsou *x – ové* souřadnice průsečíků obou funkcí
- K = {1;5}
- Grafické řešení není součástí této kapitoly

Řešené úlohy

1. Řešte v množině reálných čísel lineární rovnici s absolutní hodnotou $-2 + |x+3| = 2x$

$-2 + |x+3| = 2x$

$x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

- Určíme nulový bod (výraz v absolutní hodnotě je roven nule)

$-\infty \quad -3 \quad +\infty$

$(-\infty;-3)$ $\langle -3;\infty)$

- Určíme intervaly (naneseme nulový bod na číselnou osu)
- Sestavíme tabulku pro určení znamének výrazů v absolutní hodnotě pro jednotlivé intervaly

	$(-\infty;-3)$	$\langle -3;\infty)$
x+3	$-$	$+$

  - zvolíme jakékoli číslo z intervalu $(-\infty;-3)$, např. -4 a dosadíme ho do výrazu v absolutní hodnotě $x + 3 \rightarrow -4+3 = -1$, proto je ve druhém sloupci druhého řádku tabulky znaménko mínus
  - zvolíme jakékoli číslo z intervalu $\langle -3;\infty)$, např. -2 a dosadíme ho do výrazu v absolutní hodnotě $x + 3 \rightarrow -2 + 3 = 1$, proto je ve třetím sloupci druhého řádku tabulky znaménko plus

$x \in (-\infty;-3)$

- Provedeme dílčí řešení v intervalu $x \in (-\infty;-3)$, v tabulce je pro tento interval znaménko mínus, proto při odstranění absolutní hodnoty napíšeme před závorku mínus, dále postupujeme stejně jako u lineárních rovnic

$$-2 - (x+3) = 2x$$
$$-2 - x - 3 = 2x$$
$$-5 - x = 2x$$
$$-5 = 3x$$
$$x = -\frac{5}{3}$$

$K_1 = \varnothing$

- Zkontrolujeme, zda výsledek patří do intervalu $-\frac{5}{3} \notin (-\infty;-3)$, tedy kořenem rovnice v tomto intervalu je prázdná množina

$x \in \langle -3;\infty)$

- Provedeme dílčí řešení v intervalu $x \in \langle -3;\infty)$ v tabulce je pro tento interval znaménko plus, proto při odstranění absolutní hodnoty napíšeme před závorku plus, dále postupujeme stejně jako u lineárních rovnic

$$-2 + (x + 3) = 2x$$
$$-2 + x + 3 = 2x$$
$$x + 1 = 2x$$
$$1 = x$$
$$x = 1$$

$K_2 = \{1\}$

- Zkontrolujeme, zda výsledek patří do intervalu $1 \in \langle -3;\infty)$

$K = K_1 \cup K_2 = \varnothing \cup \{1\} = \{1\}$

- Zapíšeme množinu kořenů lineární rovnice s absolutní hodnotou